

## 31

## Pattern + Randomness

## 模式 + 随机

模式让世界充满秩序，随机让寰宇满是精彩



你能想象的所有东西都是真的。

*Everything you can imagine is real.*

—— 毕加索 (Pablo Picasso) | 西班牙艺术家 | 1881 ~ 1973



- ◀ matplotlib.patches.Circle() 绘制正圆
- ◀ matplotlib.pyplot.axhline() 绘制水平线
- ◀ matplotlib.pyplot.axvline() 绘制竖直线
- ◀ matplotlib.pyplot.contour() 绘制等高线图
- ◀ matplotlib.pyplot.contourf() 绘制填充等高线图
- ◀ mpmath.e mpmath 库中的欧拉数
- ◀ mpmath.pi mpmath 库中的圆周率
- ◀ mpmath.sqrt(2) mpmath 库计算 2 的平方根
- ◀ numpy.cumsum() 累加
- ◀ numpy.flipud() 上下翻转矩阵
- ◀ numpy.random.normal() 产生服从正态分布随机数
- ◀ scipy.stats.multivariate\_normal() 多元高斯分布
- ◀ scipy.stats.multivariate\_normal.pdf() 多元高斯分布 PDF 函数
- ◀ seaborn.distplot() 绘制频率直方图和 KDE 曲线



模式 + 随机

无理数小数位热图

样本数据分布

满足二元高斯分的随机数

用颜色映射渲染随机行走

随机行走趋势

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger：<https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：[jiang.visualize.ml@gmail.com](mailto:jiang.visualize.ml@gmail.com)

## 31.1 模式 + 随机

在雪花、树叶中，我们看到了分形和基本几何形状，这就是模式；世上没有两片完全一样的雪花，没有两片一样的叶子，这便是随机。

《道德经》中“道生一，一生二，二生三，三生万物”一句完美地描述了“模式 + 随机”。“道”就是“模式”，而万物生的繁复则来自于“随机”。

数学和艺术中，“模式 + 随机”更是无处不在。图 5、图 6 给出的圆周率、自然对数底数、根号 2、黄金分割比小数点后超过 1000 位 0 ~ 9 数字热图，我们似乎看不到任何规律；但是，统计之后，我们会发现 0 ~ 9 似乎分布均匀。虽然，目前数学上很难证明这四个数是**正规数**（normal number）。读者们如果热爱数学、艺术的话，把这四幅热图又何尝不是完美的艺术品。

**样本数据**（sample data）是从整体中选取的一部分数据，用于进行统计分析和推断。样本是对整体的一种代表性抽样，以便更广泛地推断有关整体的性质。图 7 所示为利用概率密度估计展示样本数据的分布。



《编程不难》专门介绍过统计描述的可视化方案，请大家回顾。

**随机**（random）是指在一系列事件或结果中没有可预测模式或规律性，无法通过已知信息准确预测的性质。**随机数发生器**（random number generator）是一种用来生成随机数的工具或算法。它可以产生看似无规律、不可预测的数字序列。图 8 所示为满足不同相关性系数的二元高斯分布随机数，这些子图中我们可以看到随机数和椭圆的关系。

图 1 所示为利用 Streamlit 搭建的展示二元高斯分布的 App。



图 8 中的等高线为概率密度值，请大家想办法将其转化为马氏距离等高线。

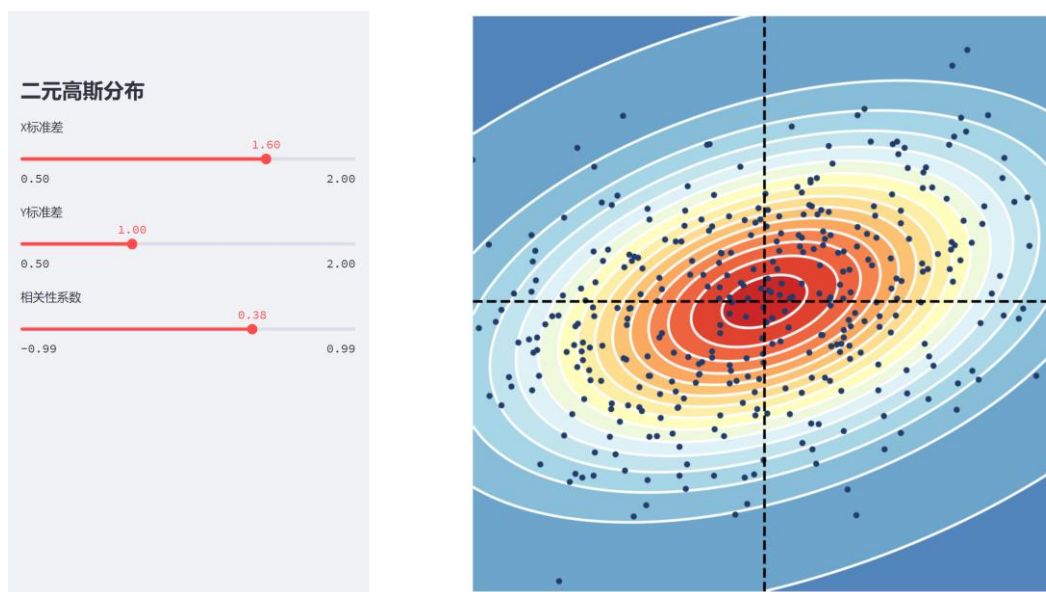


图 1. 展示二元高斯分布的 App, Streamlit 搭建 |  Streamlit\_Bivariate\_Gaussian\_distribution.py

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: <https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：[jiang.visualize.ml@gmail.com](mailto:jiang.visualize.ml@gmail.com)

**蒙特卡洛模拟 (Monte Carlo simulation)** 以概率和统计的原理为基础，通过大量的随机抽样实验来模拟系统的行为和结果，以获得对系统行为的估计或预测。图 9 所示为用颜色映射渲染随机行走曲线。图 2 所示为用 Streamlit 创建的展示随机行走动画的 App。

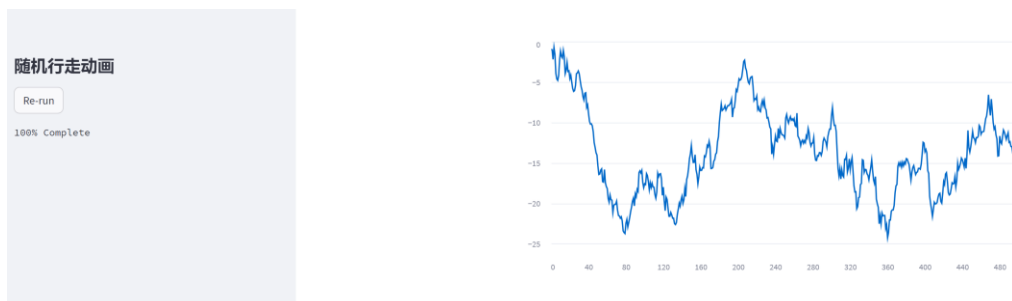



图 2. 展示随机行走动画的 App, Streamlit 搭建 |  Streamlit\_Random\_Walk\_Animation.py

图 3 所示为用 Streamlit 搭建的展示平面随机行走的 App。注意，这些随机数都是“人造”的，并不是真正的随机！随机数种子是在生成随机数时起到一个初始值的作用。计算机生成的“随机”数实际上是经过算法计算的伪随机数，而不是真正意义上的完全随机。这个算法需要一个初始输入，即随机数种子，以确定生成的随机数序列。

如果使用相同的随机数种子，每次生成的随机数序列都会相同。这在调试、复现实验结果等情况下很有用。例如，如果我们编写一个程序，希望每次运行时得到相同的随机数，可以固定随机数种子。总的来说，随机数种子提供了一种可控的方法来生成“随机”数，使得结果可复刻。

请大家将图 9 下图也创作成一个 App，展示不同随机数种子条件下的随机行走。

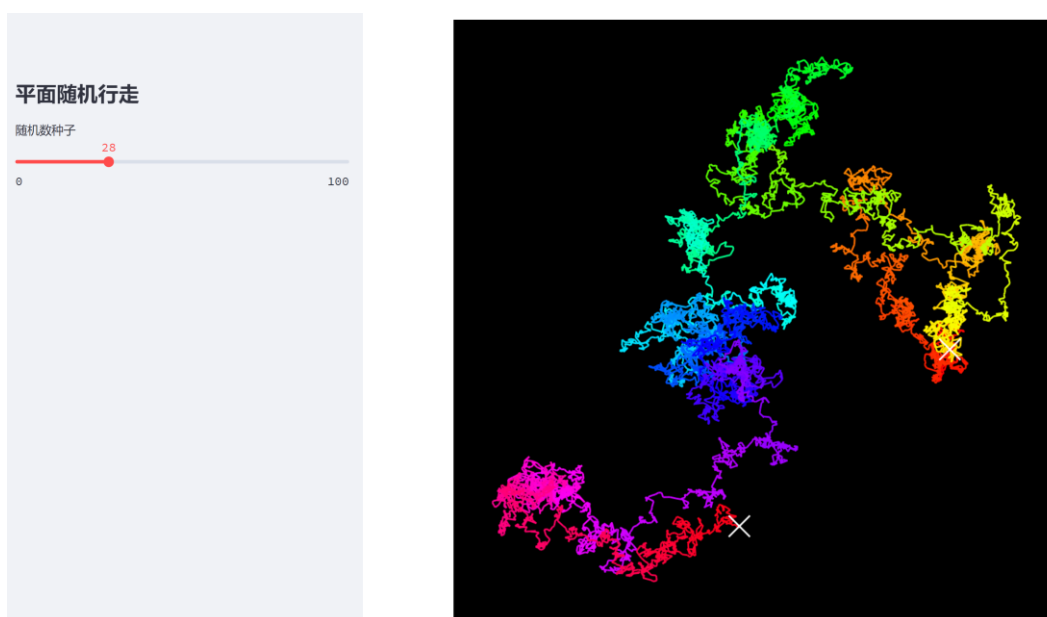



图 3. 展示平面随机行走的 App, Streamlit 搭建 |  Streamlit\_Random\_Walk\_Plane.py

图 10 所示为一维随机行走，三种不同的模式——向上、居中、向下。图 4 所示为利用 Streamlit 搭建的展示随机行走模式的 App，大家可以看到标准差、均值对随机行走的影响。

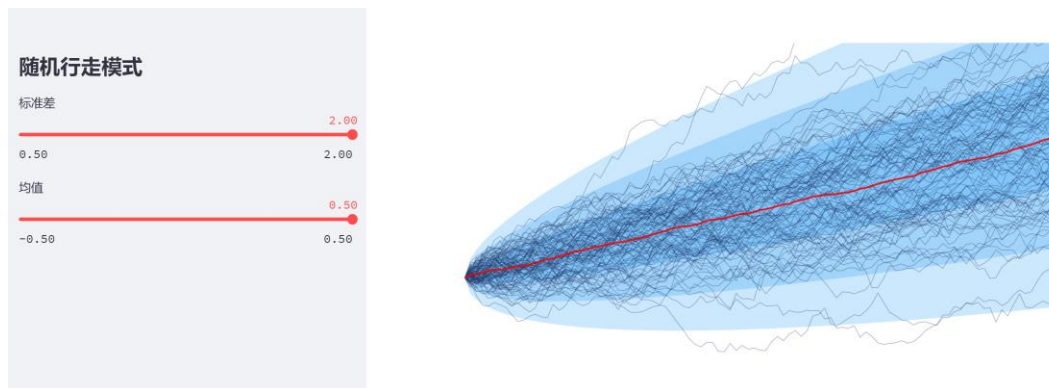
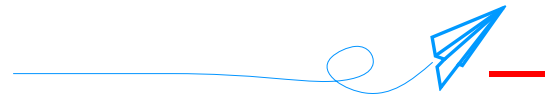


图 4. 展示随机行走模式的 App, Streamlit 搭建 |  Streamlit\_Random\_Paths\_Pattern.py



阅读完本章后，特别建议大家回顾《编程不难》中有关统计可视化相关内容。统计可以帮助我们揭示随机背后的“模式”。本书后续还会展示更多精彩的“模式”，而这些模式无处不在展示着数学之美。

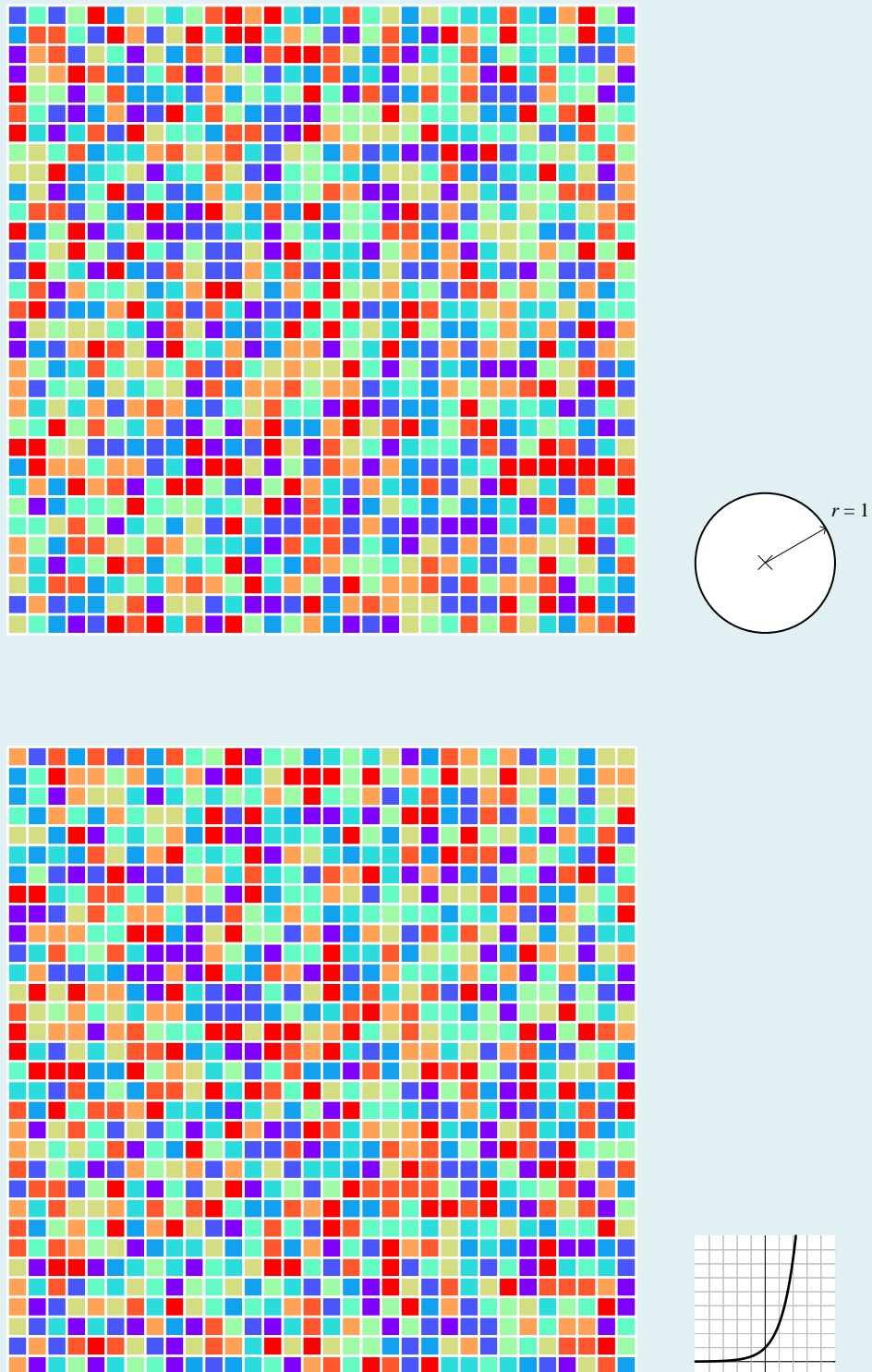



图 5. 圆周率  $\pi$ 、自然对数底数  $e$ ，小数点后 1024 位热图 |  BK\_2\_Ch31\_01.ipynb

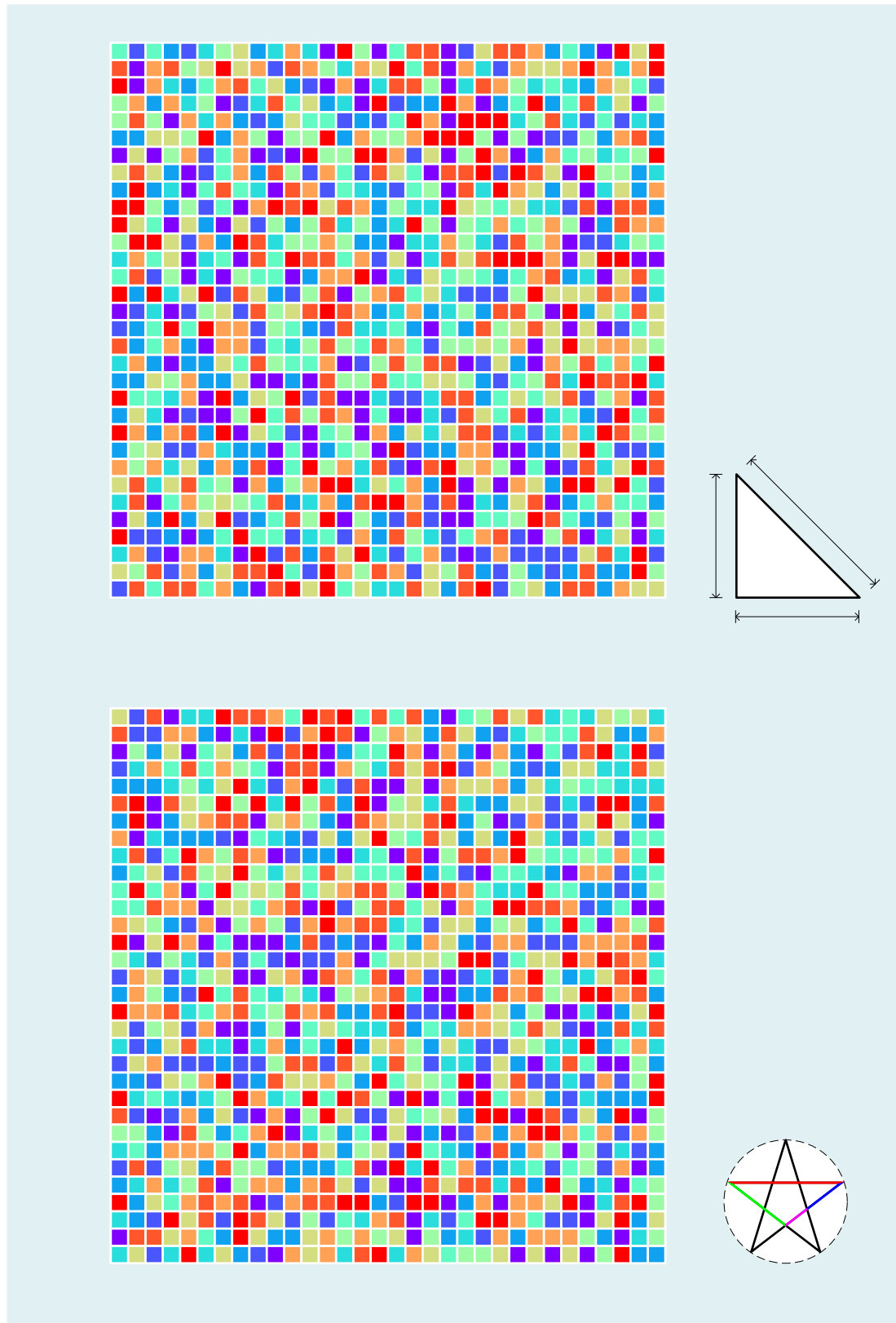



图 6. 根号 2、黄金分割比，小数点后 1024 位热图 |  BK\_2\_Ch31\_01.ipynb

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: <https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：[jiang.visualize.ml@gmail.com](mailto:jiang.visualize.ml@gmail.com)

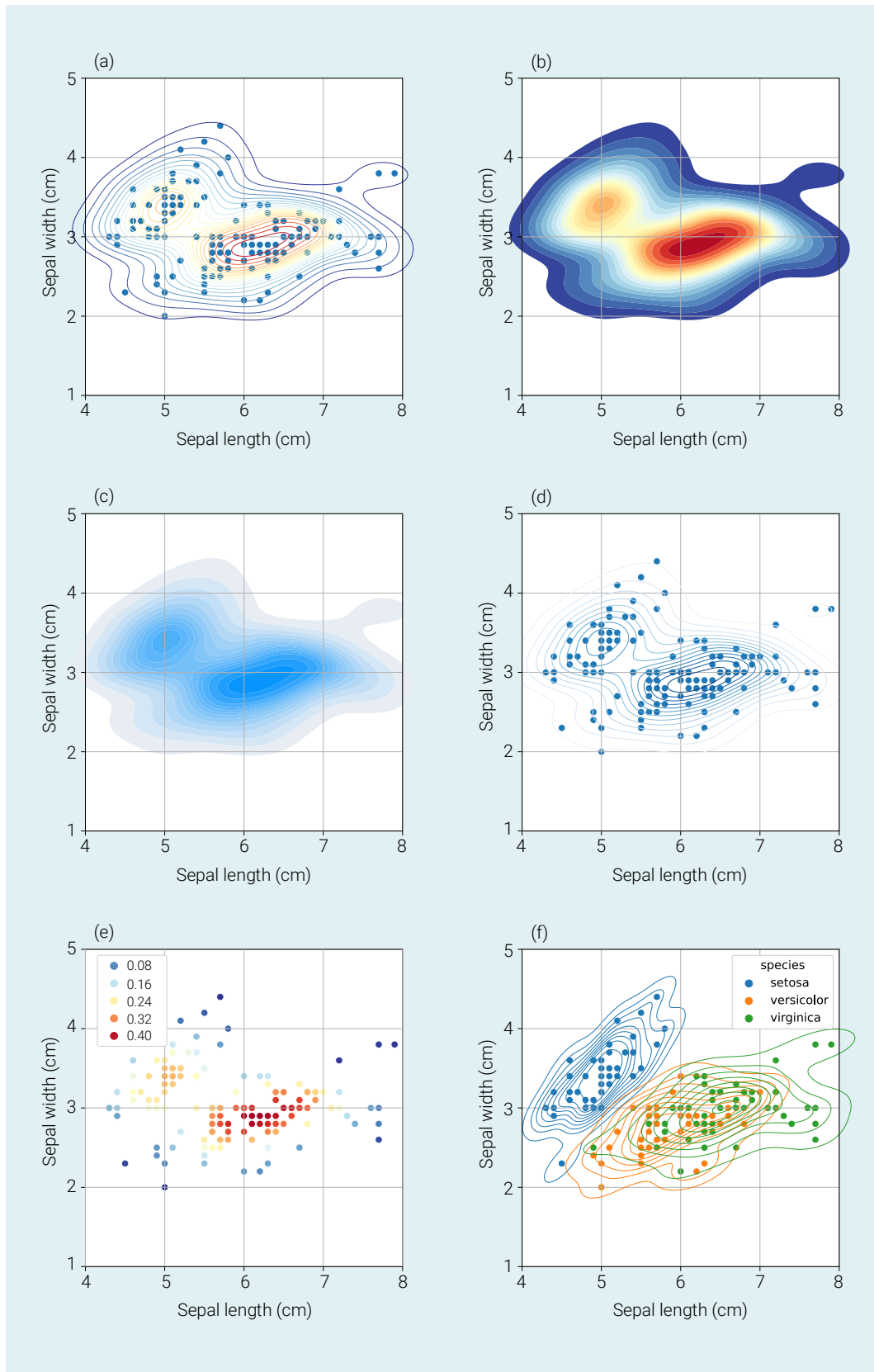


图 7. 样本数据的分布 | BK\_2\_Ch31\_02.ipynb

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

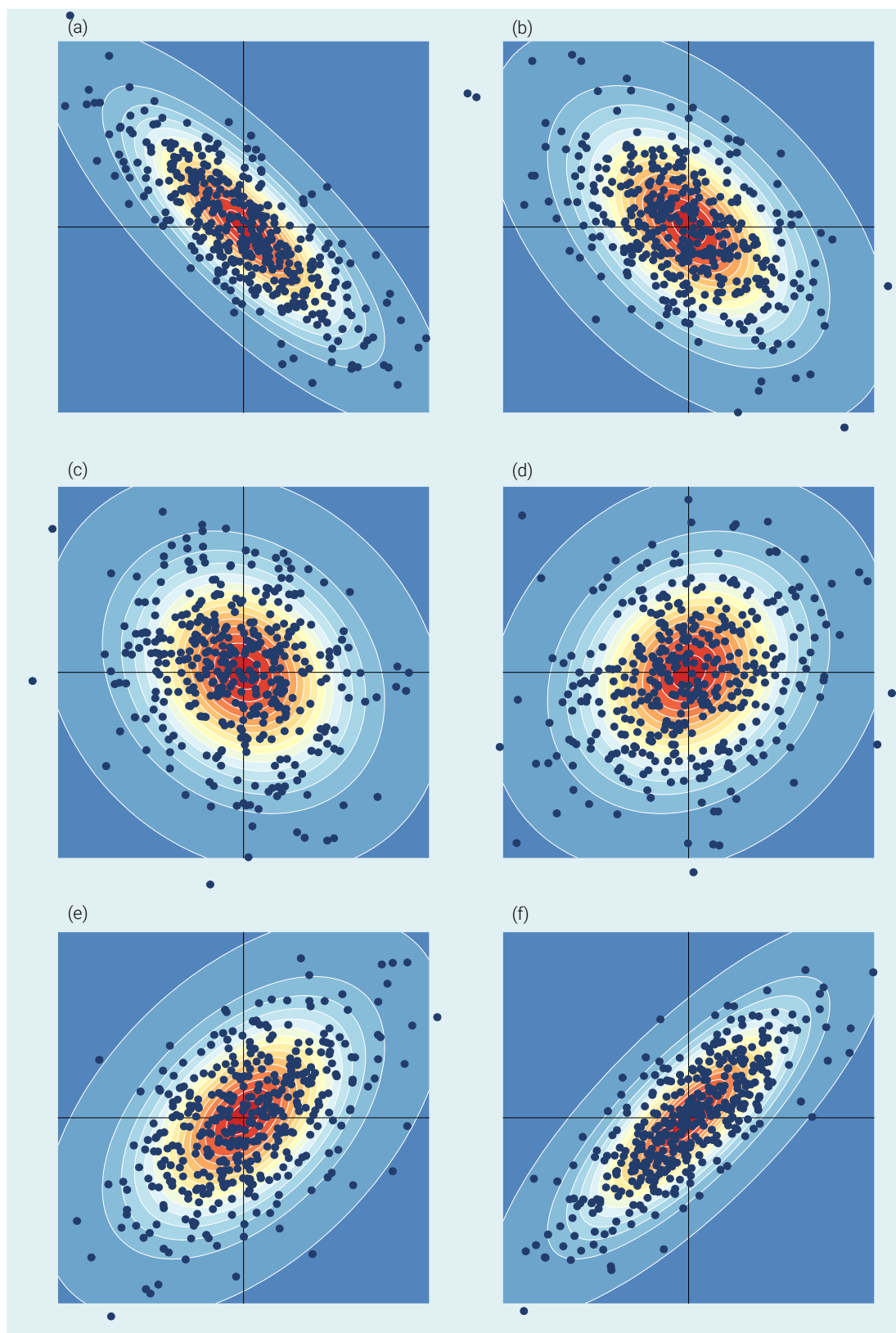

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: <https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：[jiang.visualize.ml@gmail.com](mailto:jiang.visualize.ml@gmail.com)



图 8. 满足二元高斯分布的随机数 |  BK\_2\_Ch31\_03.ipynb

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger：<https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：[jiang.visualize.ml@gmail.com](mailto:jiang.visualize.ml@gmail.com)



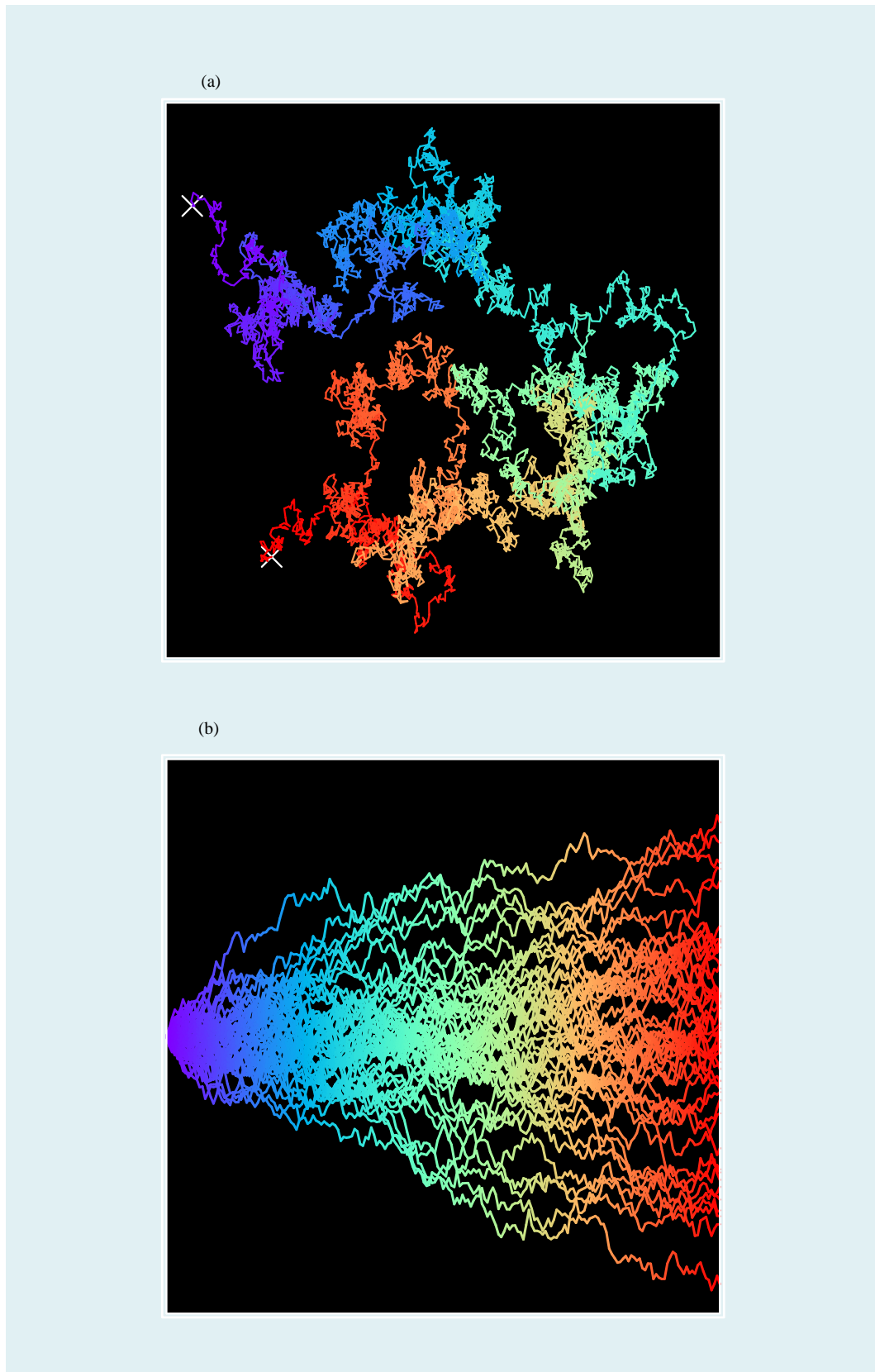

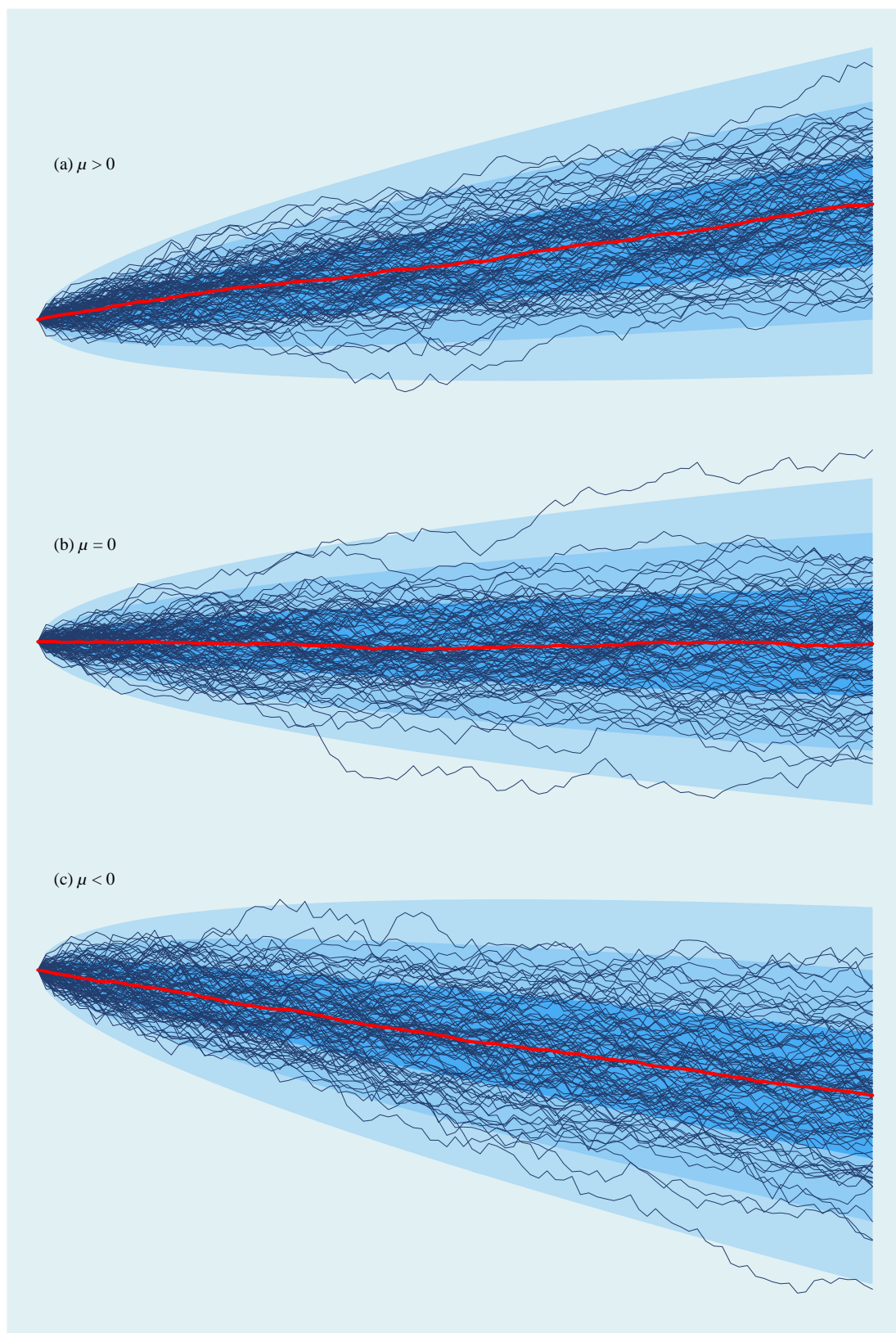



图 9. 用颜色映射渲染随机行走曲线 |  BK\_2\_Ch31\_04.ipynb

图 10. 一维随机行走的趋势, 100 条轨迹 |  BK\_2\_Ch31\_05.ipynb

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger: <https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：[jiang.visualize.ml@gmail.com](mailto:jiang.visualize.ml@gmail.com)